

**ИКОНОМИЧЕСКИ УНИВЕРСИТЕТ – ВАРНА**  
**ФАКУЛТЕТ „УПРАВЛЕНИЕ“**  
**КАТЕДРА „УПРАВЛЕНИЕ И АДМИНИСТРАЦИЯ“**

**МИРОСЛАВ ДИМИТРОВ ВЛАДИМИРОВ**

**АКТИВНО УПРАВЛЕНИЕ НА ПОРТФЕЙЛИ ОТ ЦЕННИ**  
**КНИЖА С МОДЕЛА BLACK - LITTERMAN**

**Автореферат**

за присъждане на образователна и научна степен „доктор“ по докторска  
програма „Социално управление“

**НАУЧЕН РЪКОВОДИТЕЛ:**

Проф. д.т.н инж. Тодор Стоилов

**ВАРНА**

**2018**

Дисертационният труд е с общ обем от 183 страници и е структуриран във въведение (8 стр.), основен текст в три глави (178 стр.), заключение (2 стр.), списък на използваната литература (20 стр.) и приложения (38 стр.). Основният текст съдържа 26 таблици и 9 фигури. Приложенията са 16, в които са включени 44 таблици и 15 фигури. Списъкът на използваните литературни източници се състои от 149 заглавия, от които 9 на български и 140 на английски език.

## I. **Обща характеристика на дисертационния труд**

### 1. **Актуалност и значимост на проблема**

Динамиката и непредвидимостта на финансовите пазари и влиянието, което имат те пряко или косвено върху спестяванията, инвестициите и доходите, както и на индивидуалните, така и институционалните инвеститори, придава на инвестиционните решения изключителна **актуалност**. За мнозина финансовите пазари може би изглеждат хаотични и объркващи. Тяхната висока турбулентност през последните години вероятно засилва подобни усещания. В действителност финансовата система само привидно е хаотична. Зад тази привидна хаотичност се намира цяла съвкупност от пазари, посредници, инструменти и регулаторни органи от една страна и домакинства, бизнес и правителство в качеството си на клиенти на финансовата система от друга страна, чието общо функциониране формира финансовите пазари. В тази среда портфейлните мениджъри ежедневно трябва да вземат инвестиционни решения, в условията на неопределеност.

Макар, че организирана търговия с ценни книжа има повече от 500 години, откакто акции на Източноиндийската компания се търгуват на борсата в Антверпен, съвременните капиталови пазари се развиват динамично само от 150 години, а портфейлните мениджъри разполагат нормативна научна теория едва от малко повече от 60 години. Теорията на Markowitz, предоставя нов и оригинален поглед върху финансовите инвестиции и дава на инвеститорите мощен аналитичен апарат за вземане на инвестиционни решения. Последвалото експанзионистично развитие на научното знание в тази област получава подкрепа и от развитието на компютърните технологии, без които съвременния количествен анализ би бил невъзможен. Въпреки голямото развитие на портфейлната теория, моделът на Markowitz притежава ограничения, които са критични относно управлението на портфейли от ценни книжа. Портфейлите, съставени чрез модела на Markowitz, се отличават с твърде екстремни тегла на активите. Основното ограничение е отсъствието на механизъм за отчитане на субективни мнения и прогнози на инвеститорите при определянето на очакваната възвръщаемост на активите. Тези, а и други негови недостатъци, правят практическото му приложение трудно. Инвестиционните решения, базирани на портфейлната теория като цяло, се основават на количествения анализ и на прогнози за възвръщаемост на активите. Счита се, че изучаването на историческото поведение на цените би могло да разкрие взаимовръзки и зависимости, които да бъдат в основата на вземането на инвестиционните решения. Информацията, вградена в цените, трябва да служи като основа за прогнозирането на възвръщаемостта на активите.

Като допълнително разширение на знанието ни относно управлението на портфейли от ценни книжа, включвайки субективните прогнози, моделът Black-Litterman дава инструмент на портфейлните мениджъри. Този модел количествено въвежда и отчита, както динамиката на пазара, така и субективните оценки на инвеститорите при изграждането на прогнозите. Моделът Black-Litterman, извежда количествен подход за

определяне на нов комбиниран вектор на очакваната възвръщаемост, който впоследствие може да бъде използван като вход в модела за избор на портфейл на Markowitz.

Портфейлните мениджъри, които са количествено ориентирани, вече разполагат не просто с модел, те разполагат с цялостен подход, с теоретична рамка, в която могат да инкорпорират, както своите подходи и становища за възвръщаемостта на ценните книжа, така и търговските си стратегии като цяло.

## **2. Степен на изследване на проблема.**

Теоретичният и приложният аспект на проблема са изследвани още от средата на XX век и резултатите от тях са публикувани в специализираната литература. Тези изследвания продължават и понастоящем, като изследователите в областта търсят нови решения, които да отговарят на промените в средата. В теоретичен аспект в чуждестранната литература съществен принос имат научните публикации на Н. Markowitz (1952), W. Sharpe (1963, 1964, 1985, 1987, 2007), J. Treynor (1961, 1962, 1973), J. Lintner (1965), Mossin (1966), F. Black (1972, 1973), които поставят основите на портфейлната теория. В нейното съвременно приложение ценни знания предоставят проучванията на Black.F, Fama.E, Meucci.F, Idzorek.T, Kahn.R, Grinold.J, Litterman.R, Walters.J. В българската специализирана литература са Александрова. М, Дочев. Д, Иванчев. Б, Йорданов. Й, Николаев. Р, Орешарски. Пл., Петранов. С, Попчев. И, Пътев. П. Липсва обаче комплексно изследване в приложен аспект, което да включва и българския капиталов пазар.

Актуалността и значимостта на проблема, както и липсата на изследвания в тази област в България предизвикват изследователския ни интерес и са определящи за избора на тема на дисертацията.

## **3. Цел и задачи на изследването**

**Научната цел на дисертационния труд** е да се изследва процеса на управление на портфейли от ценни книжа чрез смесване на субективни експертни мнения и прогнози и обективни пазарни оценки за възвръщаемост на активите.

За изпълнението на поставената цел са формулирани следните **задачи**:

1. *Анализ и оценка на съществуващите модели за управление на портфейли и оценка на областите им на приложение.* Чрез тази задача ще се изяснят теоретичните основните на управлението на портфейл и вземането на инвестиционните решения. Ще се направи критичен анализ на съществуващите модели и областите на приложение, като се синтезират предимствата и слабостите им и се разработи научния инструментариум на портфейлната теория.

2. *Разработване на модифициран алгоритъм на модела Black-Litterman, смесващ пазарните оценки за възвръщаемостта на активите със субективно дефинирани прогнози.* Разработения алгоритъм има за цел да преодолее недостатъците на съществуващите, като ги направи функция на обективни параметри.

3. Създаване на алгоритъм за количествено коригиране на субективни прогнози. Ще търси поход за съгласуване на субективните и пазарните оценки за доходността на активите, който да отчита риска на отделните активи.

4. Оценка и валидиране на разработения алгоритъм чрез сравняване с класически модели за управление на портфейли на база динамиката на 10 от най-големите пазари на ценни книжа за периода 2004г. - 2014г.. Тази задача ще се оцени чрез сравнение на полезността от разработената модификация на модела за управление на портфейли, като се приложат изведените алгоритми за оценка на субективните прогнози. Същевременно ще се оцени потенциалната област на приложение на разработените алгоритми.

#### 4. Предмет и обект на изследването

**Предмет на дисертационния труд са** количествените модели за управление на портфейли от ценни книжа в рамките на портфейлната теория.

**Обект на изследване** е управлението на портфейли от ценни книжа и разпределението на инвестициите във финансови активи.

#### 5. Научна теза на изследването и хипотези

**Основната изследователска теза** в дисертационния труд: *Инвеститорите не разполагат с цялата налична информация за очаквана възвращаемост на активите в процеса на вземане на инвестиционно решение, което прави приложението на портфейлната теория силно ограничено. Съществуват възможности частично да се компенсира отсъствието на пълна информация в процеса на вземане на управленски решения от страна на мениджърите чрез включване на субективни прогнози.*

#### 6. Изследователски подход и методи на изследване

Метеорологически изследването се основава на **системния подход**, като се разглеждат всички фактори, детерминанти и условия, влияещи върху вземането на инвестиционни решения и управлението на портфейли от ценни книжа, в тяхното единство и цялост, като се извежда приоритетно приложението на портфейлната теория. При провеждане на изследването акцентът е върху възможността за комбиниране на пазарни оценки за възвращаемостта на ценните книжа и субективните оценки на инвеститорите.

Изследователските задачи са постигнати с използването на количествени методи. Прилагат се метод на теоретичния анализ и синтез, сравнителен анализ и исторически анализ при изследване на еволюцията в портфейлната теория.

Информацията, необходима за постигане на целите и задачите на дисертационния труд, се осигурява от теоретично изследване на публикации на български и чуждестранни учени, като преобладават западните изследователи. Статистическата информация е от бази

данни и статистически справочници, първични и вторични данни от български и международни организации и институции и др.

Експериментите в изследването са извършени със софтуерния пакет MATLAB<sup>1</sup>. Наличните софтуерни пакети за вземане на инвестиционни решения на базата на модела Black-Litterman не са достатъчно гъвкави и не позволяват модифициране на конкретната оптимизационна задача. Това ги прави неподходящи за експерименти. MATLAB дава възможност кодът на задачата да бъде пренаписан за всеки отделен експеримент. Конкретният код, който е използван, е представен в приложение.

## **7. Ограничения на изследването.**

Ограниченията, приети в обхвата на дисертационния труд, са следните:

1) По отношение на **обекта на изследване:**

В дисертационния труд се разграждат само количествени модели за вземане на инвестиционни решения.

2) По отношение на **предмета на изследване:**

В изследването са включени само активи, които могат да бъдат публично търгувани. Техния публичен статут дава достъп до публични бази данни необходим за изследването.

## **II. Структура и съдържание на дисертационния труд**

Въведение

### ГЛАВА ПЪРВА: ТЕОРЕТИЧНИ ОСНОВИ НА УПРАВЛЕНИЕТО НА ПОРТФЕЙЛИ ОТ ЦЕННИ КНИЖА

1.1. Активно и пасивно управление на портфейли от ценни книжа и хипотеза за ефективните пазари

1.2. Хипотеза за ефективния пазар

1.3. Портфейлна теория. Модел на Н. Markowitz за избор на портфейл

1.4. Модел за оценка на капиталовите активи и равновесието на капиталовите пазари

1.5. Индексни модели

1.6. Моделът Treynor-Black

### ГЛАВА II. BLACK-LITTERMAN: ТЕОРЕТИЧНА РАМКА И ИДЕЙНИ ОСНОВИ

---

<sup>1</sup> MATrix Laboratory

2.1. Теоретични идеи и концепция

2.2. Каноничен референтен модел на Black - Litterman

2.2.1. Определяне на равновесната възвръщаемост

2.2.2. Дефиниране на субективните прогнози на инвеститорите за възвръщаемостта на активите

2.2.3. Метод на Idzorek

2.3. Свойства на модела

2.4. Подходи за смесване на оценките

2.5. Използване на теоремата на Bayes в Black-Litterman

2.6. Каноничен референтен модел и фактора  $\tau$

2.7. Вземане на решения и разпределение на активните с Black-Litterman

2.8. Хибридни и алтернативни референтни модели Black-Litterman

### ГЛАВА III. ВЗЕМАНЕ НА ИНВЕСТИЦИОННИ РЕШЕНИЯ С BLACK - LITTERMAN

3.1. Калибрация на модела

3.1.1. Обхват и конструкция на изследването в дисертационния труд

3.1.2. Дефиниране на вектора  $Q$

3.1.3. Дефиниране на матрицата  $\Omega$

3.1.4. Дефиниране на вектора  $P$

3.1.5. Дефиниране на ковариационната матрица  $\Sigma$

3.1.6. Дефиниране на параметъра  $\delta$

3.1.7. Дефиниране на параметъра  $\tau$

3.2. Резултати от изследването

3.2.1. Период №1 - резултати и оценка

3.2.2. Период №2 - резултати и оценка

3.2.3. Период №3 - резултати и оценка

3.2.4. Период №4 - резултати и оценка

3.2.5. Период №5 - резултати и оценка

3.3. Обобщение на резултатите

### **III. Кратко изложение на дисертационния труд: Глава първа: Управление на портфейли от ценни книжа**

В първа глава на дисертацията е представен процеса на управление на портфейли от ценни книжа. Дефинирани са отделните етапи на този процес и са дефинирани основните разлики между активното и пасивното управление и е представена е хипотезата за ефективните пазари.

Изведени са основните характеристики и модели в моделната портфейлна теория (Modern Portfolio Theory -MPT). Представен модела на Markowitz за избор на портфейл и неговите основни характеристики. Модела за оценка на капиталовите активи е основния ценообразуващ модел в портфейлна теория. Представен е и модела Traunor -Black.

В **параграф 1.1.** е представен процеса на управление на портфейл от ценни книжа както и особеностите на активното и пасивното управление на портфейли от ценни книжа. Инвестиционният процес представлява вземане на решения относно относителния дял на ценни книжа в структурата на портфейла, инвестиционния хоризонт и размера на портфейла. Според (Bailey.J. 1999) той включва пет етапа:

- ❖ Избор на инвестиционна политика - определяне на целите на инвеститорите и размера на средствата за инвестиране.
- ❖ Анализ на пазара на ценни книжа - определяне на допустимото множество от ценни книжа, от които ще бъде направен избора чрез анализ на основите им характеристики - възвръщаемост и риск.
- ❖ Формиране на портфейл от ценни книжа - определяне на структурата на портфейла. Той може да бъде функция на активно и/или пасивно управление.
- ❖ Наблюдението на представянето на портфейла е четвъртия етап от процеса. В резултат от промените на пазарните цени или на целите на инвеститора текущия може вече да не бъде оптимален портфейл. В резултат на тези промени някои ценни книги вече няма да бъдат привлекателни за инвеститорите и обратното.
- ❖ Петия етап е оценка на портфейла, който включва оценка на дохода на риска на портфейла и неговата ефективност.

Активното управление на портфейли има две форми:

- ❖ пазарна макро игра, която се основава само на макроикономическите събития.
- ❖ подбор на ценни книжа, който се базира на анализ на ценните книжа и търсене на такива с отклонения в цените.

Активното управление предполага разпределение на инвестиционните ресурси на база анализ на ценни книжа с отклонение в цените, като портфейлът включва къси позиции и маржови покупки. Мениджърите привърженици на активно управление, търсят инвестиционни алтернативи, за които считат, че са неправилно оценени от пазара. Активното управление се характеризира като процес на продължителен анализ и изследвания за генериране на прогнози, чрез който се конструират портфейли съдържащи



неправилно оценени ценни книжа. Пасивното управление се свежда във възпроизвеждането и следенето на пазарен индекс приет за еталон или друг портфейл приет за еталон.

Използват се количествени оценки за анализ на възпроизвеждания индекс. Дискусията активно срещу пасивно управление е свързана с дискусията за ефективния пазар и въпроса „Може ли информацията да добави стойност (производителност) към портфейла?“. Не съществува противоречие между хипотезата за ефективните пазари и активното управление. Ако значителен брой инвеститори използват активни стратегии при формирането на своите портфейли и се откажат от пасивните стратегии, конкуренцията между тях за откриване на ценни книжа с отклонение в цените, необходими за да реализират извънредна възвръщаемост способства цените да се приближават до своите „справедливи“ стойности. Използването на активни стратегии (Bodie.Z, Kane.A и Marcus.J: 2011) предполага инвеститорите да търсят и включват в портфейла си ценни книжа с отклонения в цената, с очакването да реализират извънредна съгласно САРМ (Capital Assets Price Model) възвръщаемост. Една пасивна стратегия не би могла да доведе до такива резултати, защото тя предполага просто възпроизвеждането на някой пазарен индекс, без да се извършва какъвто и да е пряк или косвен анализ на характеристиките на ценните книжа. Активните инвеститори вярват, че има едно постоянно променящо се множество от инвестиционни възможности, които могат да бъдат идентифицирани от анализаторите и мениджърите на портфейл. Те купуват и продават ценни книжа, чрез избор на пазарния момент или подбор на акции, за да се възползват от тези ценни книжа, които са възприемани от пазара като неточно оценени. Печалбите и загубите от активно управление взаимно се компенсират, тъй като зад всеки активен инвеститор, който печели ще има един, който губи. Тъй като активното управление е скъпо, средната доходност на всички активни инвеститори най-вероятно ще бъде по-малка от средната доходност на всички пасивни инвеститори. Активните мениджъри с добро представяне смятат, че това се дължи на уменията им, активните мениджъри с лошо изпълнение вярват, че това е просто лошо стечение на обстоятелствата.

**В параграф 1.2** е представена хипотезата за ефективните пазари (ЕМН- Efficient Market Hypothesis ). Съгласно ЕМН капиталовите пазари са ефективни, когато пазарните цени на активите отразяват тяхната фундаментална стойност. Преобладаваща част от изследванията върху пазарната ефективност се фокусират върху информационната ефективност, т.е. способността на пазарите да отразяват в цените на финансовите инструменти бързо и точно новата за пазара информация. Ако пазарът е ефективен, никой инвеститор не би могъл да реализира за продължителен период от време възвръщаемост, несъизмерима с пазарната. Общото заключение, че ценовите промени приличат на случайни числа и, че цените се формират на случаен принцип, не е изненадващо. В крайна сметка, ако на пазара се появи нова информация способна да повлияе положително върху цените на акциите на дадена компания, те неминуемо ще се повишат, просто защото всички инвеститори ще направят опит да извлекат полза, преди цените да са се повишили. Именно конкуренцията между инвеститорите, за тази извънредна възвръщаемост ще доведе цените на акциите до справедливите им стойности. Отвъд тази извънредна възвръщаемост остава

само обикновената норма на възвръщаемост, която е адекватна на рисковия профил на компанията.

Следователно, ако пазарите отразяват цялата налична информация, то цените на акциите ще реагират, само ако на пазара се появи нова информация, която по дефиниция е непрогнозируема, защото ако беше възможна нейната прогноза, тя вече щеше да бъде отразена в цените на акциите. Поради тази причина, цените на акциите се променят непредвидимо вследствие на постъпването на пазара на нова и непредвидима по същество информация. Общоприето е в литературата (Shrpe.W, Alexander.G и Bailey.J. 1999) да се разграничат три форми на хипотезата за ефективния пазар.

❖ Слабата форма на хипотезата за ефективния пазар гласи, че акциите отразяват цялата налична информация, която може да бъде събрана от пазарната и борсовата статистика. Тази информация е публично достъпна и всички инвеститори мога да се сдобият с нея, без да извършват каквито и да е разходи за нея. Следователно техническия анализ не е възможен.

❖ Полусилната форма твърди, че освен цялата публично достъпна информация относно миналите цени и търговия, инвеститорите разполагат с данни, съдържащи се във фирмените отчети, прогнози за очаквани печалби и парични потоци, продуктова структура, иновации, мениджмънт и друга вътрешнофирмена информация. Ако цялата тази информация е достъпна от публични източници, то би трябвало тя вече да бъде отразена в цените на акциите.

❖ Силната форма на хипотезата за ефективния пазар гласи, че цените на акциите отразяват цялата налична информация, включително и информацията, достъпна само за вътрешни лица. В известен смисъл тази форма е крайна. Търговията с вътрешна информация т.е. такава, която не е публично огласена по съответния ред е забранена на всички развити пазари. Но не са единици случаите в историята, в които вътрешни лица са разполагали с информация преди нейното публично оповестяване, което им позволява да извличат изгода от нея.

В заключение може да се обобщи, че абсолютизацията на пазарната ефективност в дефиницията на Fama. E (E. F. Fama 1990) изисквайки “цените **напълно** да отразяват **цялата** налична информация“, означава, че едва ли има пазар, който е способен да покрие това изискване, което пък от своя страна означава, че хипотезата за ефективния пазар, погледната в абсолютен смисъл, почти сигурно не е вярна. От друга страна, обаче не бива да забравяме, че икономиката е социална наука и фактът, че хипотезата за ефективните пазари (ЕНМ- Efficient Market Hypothesis ) е частично вярна, я прави една от най-силните в социалните науки.

В **параграф 1.3** е изведен е модел на Markowitz за избор на портфейл . Това е първият модел за избор на портфейл, който дефинира областта на ефективните портфейли от цялото съществуващо пространство от ценни книжа, което той нарича допустимо множество. Алгоритъма на Markowitz, за избор на портфейл започва с количествена оценка на характеристиките на отделните ценни книжа показва как инвеститорите разпределят

капитала си между рискови и безрискови активи и избират своя оптимален портфейл като сместват оптималния рисков портфейл с безрискови активи. Всяка ценна книга или портфейл може да се представи като точка в равнината очаквана възвращаемост риск. В зависимост от ограниченията, които стоят пред инвеститора, само някои портфейли ще бъдат допустими за него. В общия случай всяка комбинация от два допустими портфейла, също ще бъде допустим портфейл. Всички комбинации на допустими портфейли дефинират общата дефиниционна област на портфейлите, която има вида от графиката по-долу.

Ефективната граница е тази част на допустимата област, която е доминираща над останалите допустими точки. Формалната задача на портфейлната оптимизация, представляваща на практика вземане на инвестиционно решение, е да се намери множеството от портфейли, лежащи върху ефективната граница.

След това, от множеството инвеститорът може да избере един единствен оптимален рисков портфейл. Практическото вземане на това инвестиционно решение се осъществява чрез оптимизационна задача, изпълнявайки следния алгоритъм:

- ❖ Определяне на един или множество аргументи  $X$  (алтернативи), които могат да бъдат решение на задачата.
- ❖ Дефиниране на ограниченията на задачата  $g(X)$ , изразени чрез аргументите  $X$ ;
- ❖ Дефиниране на целева функция  $f(X)$ , която трябва да се минимизира или максимизира.

че целта на инвеститора е да минимизира риска  $\alpha$ , или:

$$(1) \alpha = \sigma_p - \lambda * E_p \Rightarrow \min \alpha$$

Следователно оптималният портфейл ще се намери от решаването на задачата:

$$(2) \min[-\alpha E_p + \sigma_p]$$

**В параграф 1.4** изведен модела за оценка на капиталовите активи. Моделът за оценка на капиталовите активи (Capital Asset Pricing Model -CAPM) предлага теоретична рамка и едно решение на този проблема за оценката как рискът влияе върху очакваната възвръщаемост на активите. Той е разработен от William Sharpe (W. F. Sharpe 1964), John Lintner (J. Lintner 1965), Jack Treynor (Treynor 1962) и Jan Mossin (Mosin 1966) Моделът описва характера на равновесието, който би трябвало да се наблюдава на капиталовите пазари, в следствие на риска върху доходността на ценните книжа. Този модел е първата формална разработка, занимаваща се с ценообразуването на финансовите активи. Моделът предлага интерпретация на връзката между възвръщаемост и риск на ценните книжа по интуитивно елегантен начин. Предоставя алгоритъм за изграждане на прогнози за възвръщаемост на ценните книжа, като се сравнят техните характеристики с „пазарния портфейл“. В теоретично-абстрактния модел CAPM, „пазарният портфейл“ се свежда само до публично търгуваните активи, като изключва инвестиции в дълготрайни активи,

образование, здравеопазване. CAPM е изведен на база на шест опростяващи допускания, които се отнасят до равновесните очаквани възвръщаемости на рисковите активи-(Sharpe.W, Alexander.G и Bailey.J. 1999).

Привлекателността на CAPM е, че предлага един много интуитивен и елегантен начин за това как да се измери връзката между очакваната възвръщаемост и риска. Емпиричните проблеми на CAPM които се твърди, че съществуват могат да отразяват теоретичните недостатъци, резултат от много опростяващи предположения. Но те също могат да бъдат следствие от трудности при провеждането на валидни тестове на модела.

CAPM казва, че рискът трябва да бъде измерен спрямо цялостен "пазарен портфейл", който по принцип може да включва не само търгувани финансови активи, но и дълготрайни потребителски стоки, здравеопазване и недвижими имоти, човешки капитал и образование. Пазарният портфейл се намира върху ефективната граница, и е допирателен до оптималната линия за разпределение на капитала. Пазарният портфейл ще изпълнява функция на оптимален рисков портфейл за всички инвеститори, като техните индивидуални портфейли ще се различават само по дела от капитала, който те са инвестирали в пазарния портфейл и безрисковия актив съответно, като това съотношение ще зависи от индивидуалната склонност към риск на инвеститорите. Този резултат се нарича „separation theorem“ на James Tobin. Във случая с много рискови активи:

$$(3) E(R_p) = R_f + [E(R_m) - R_f] * \beta_{iM}$$

Където:

$$(4) \beta_{iM} = \frac{COV(R_i; R_M)}{\sigma^2 (R_M)}$$

В **Параграф 1.5** са представени индексните модели които могат да улеснят практическото приложение на модела за избор на портфейл на Марковиц, който изисква огромен брой оценки за очаквана възвръщаемост и ковариациите между всички двойки ценни книжа. Те апроксимират зависимостта между характеристиките на пазара и характеристиките на отделните ценни книжа. Индексните модели позволяват да се намали обема на необходимите за събиране изходни данни и обработката им. Индексният модел първо е предложен от Sharpe (Sharpe.W 1963), като са приети и следните условия за неговата валидност:

- ❖ Всички икономически фактори се обединяват в един общ макроикономически фактор.
- ❖ Останалите фактори са специфичните за отделните фирми.

На основата на това разграничение на макроикономическите фактори и специфичните за фирмата фактори може да се изведе линейна зависимост за възвръщаемостта на произволно избрана ценна книга и макроикономическите и специфични фактори като:

$$(5) r_i = E(r_i) + m_i + e_i$$

Съгласно едноиндексния модел всяка ценна книга ще има два източника на риск:

❖ Систематичен (пазарен), дължащ се на чувствителността на ценната книга спрямо макроикономическите фактори, отразен в  $R_m$  :

❖ Несистематичен (специфичен за фирмата риск) отразен чрез  $e_i$  :

❖ Дисперсията (рискът), която се дължи на несигурността произтичащата от общите макроикономически фактори, е  $\beta_i^2 \sigma_m^2$

❖ Дисперсия, която се дължи на специфична за фирмата несигурност е  $\sigma_e^2(e_i)$

В **параграф 1.6.** е представен модела Траунор - Black. Той представлява формален модел за активно управление на портфейли. Моделът изисква от анализаторите да открият ценни книжа, които са погрешно оценени. Включването в портфейла обаче на такива ценни книжа е за сметка на увеличението на специфичния за фирмата риск, който може да се елиминира чрез пълна диверсификация. Мениджърите на активния портфейл трябва да балансират между използването на ценни книжа, които се възприемат като погрешно оценени, с цел да реализират извънредна възвръщаемост, и необходимостта от диверсификация на портфейла. Полученият резултатен портфейл няма да бъде диверсифициран в следствие от по-големия несистематичния риск вследствие на включването на акции възприемани като неправилно оценени, и остатъчната дисперсия на акциите, която компенсира предимството (алфа) на специализацията в една неточно оценена ценна книга. Този модел е предназначен за портфолио мениджъри, базиращи своите инвестиционни стратегии на анализа на ценните книжа. Оптималният портфейл се постига чрез смесване на пасивен портфейл, приет за база, и активен портфейл, съставен от погрешно оценени ценни книжа. Фактът, че те се стремят да формират портфейли от погрешно оценени ценни книжа, означава, че според тях е валидна полусилната версия на хипотезата за ефективните пазари. Основание за това разбиране можем да намерим във факта, че съществува огромна индустрия базирана на активното управление на портфейли. Ефективността на модела зависи от способността анализаторите да откриват ценни книжа с ценови аномалии и от изграждането на надеждни прогнози, които да бъдат вход към процеса на оптимизация. Независимо, че моделът Траунор-Black не намира практическа реализация той има определени достойнства:

❖ Моделът Траунор-Black е относително лесен за приложение, и е полезен, дори ако някой от допусканията му не са спазени.

❖ Той е подходящ за използване от децентрализирани организации.

- ❖ Дори при не дотам съвършен анализ на ценните книжа активното управление ще води до положителни резултати относно цялостното представяне на портфейлните мениджъри.

*В резултат на преставането на процеса на управление на портфейли, хипотезата за ефективните пазари и различните модели, са направени следните изводи:*

- Представеният модел на Markowitz, първи осигурава теоретична рамка за управление на портфейли. Това е първият модел за избор на портфейл, който дефинира областта на ефективните портфейл от цялото съществуващо пространство от ценни книжа, което той нарича допустимо множество. Стремещт е да се отстранят някои от недостатъците на модела на Markowitz, свързани с максимизация на грешките и стойността на информацията. Моделът на Markowitz, заема централно място в портфейлната теория.

- CAPM на Sharp, Lintner и Mossin, разкрива характера на равновесието, което трябва да наблюдаваме на капиталовите пазари. Ако Markowitz, поставя началото на съвременното управление на портфейли от ценни книжа, CAPM извежда зависимостта между, риска и възвращаемостта на ценните книжа и описва равновесието на капиталовите пазари. Въпреки, че в емпиричен план модела е дискуссионен, главно поради факта, че той е изграден върху набор от предположения относно очакваните възвращаемостите на рисковите активи, инвеститорските предпочитания, данъчен статут и т.н. практическото използване на резултатните от модела го валидират и в теоретичен и в емпиричен план.

- Индексните модели успяват да преодолеят някои от практическите недостатъци при прилагането на моделът на Markowitz, които са свързани главно с големия по обем входни данни необходими да запазят моделът на Markowitz, чрез една проста абстракция позволяваща да бъдат генерирани възвращаемостите на ценните книжа на база на едно и мултифакторен модел. Модела предлага и поглед и количествена оценка на систематичните и специфичните рискове за компаниите.

- Макар Моделът Треупог-Black да не намира практическо приложение той е първия, който се опитва чрез субективна оценка за възвращаемостите на ценни книжа да състави портфейл представящ се по добре от пасивния. Едно сравнение с Black -Litterman показва, че те имат съществени различия. Основното от тях е, Треупог-Black просто търсят някаква оценка за възвръщаемостта на ценните книжа, то Black -Litterman предлагат алгоритъм за смесване на субективните и пазарните оценки за възвращаемостите на ценни книжа.

### **Глава втора : Black -Litterman: теоретична рамка и идейни основи.**

Във втора глава е представен модела Black -Litterman. Изведени са неговите теоретични основи и принцип върху който е изграден. Анализирани са основните променливи в модели и техните вътрешни взаимовръзки. Представен е процеса на генериране на прогнози, както и механизма за смесване на пазарните оценки и на субективните прогнози на инвеститорите за възвращаемостта на ценните книжа.

В параграф 2.1. е приставена общата концепция върху която е изграден модела. Той предоставя на портфолио мениджърите теоретичен модел, позволяващ комбинирането на равновесните пазарни оценки със субективните прогнози за инвестиционните възможности на активите, направени от инвеститорите.

Философията му не се корени върху убеждението, че равновесните пазарни оценки носят на инвеститорите надеждни краткосрочни прогнози за възвръщаемостта на ценните книжа. Моделът цели да се решат практическите проблеми, които стоят пред инвеститори, използващи стандартния процес на оптимизация на портфейл по Markowitz (Mean-Variance Portfolio Optimization-MVP). Един от недостатъците, представен в първа глава е, че теглата на активите получени чрез MVP оптимизация, са много чувствителни към дори и малки промени във вектора на очакваната извънредна възвръщаемост<sup>2</sup> на активите.

Модела Black - Litterman цели да накара стандартната оптимизация на портфейл по Markowitz да се държи по-стабилно, т.е. да генерира такова разпределение на активите в портфейла, което да не е толкова силно чувствително към промените в извънредната възвръщаемост и да генерира по-интуитивни резултати. Два са основните приноса, които Black-Litterman прави към стандартната MVP оптимизация и разпределението на активите:

Моделът приема за отправна точка за оценка на възвръщаемостта на активите и изграждането на прогнозите за възвръщаемостта им, пазарния портфейл от CAPM (Capital Assets Price Model). F. & Black (1992). Той предлага и алгоритъм за интегриране на субективните прогнози на инвеститорите да бъдат комбинирани с предварителните оценки за разпределението на възвръщаемостта на активите, получени чрез “обратна оптимизация“. Така получените интегрирани оценки за възвръщаемостта могат да бъдат използвани като вход на стандартния процес на оптимизация използвайки за решаване на оптимизационна задача чрез модела на Markowitz и MVP. Като цяло моделът води до по-стабилни и по-диверсифицирани портфейли в сравнение със стандартната MVP оптимизация. Практическото използване на модела обаче изиска голям обем и вид на входни данни, които не винаги могат да бъдат осигурени на портфолио мениджърите.

На първо място трябва да се определи инвестиционното множество, от което ще се конструира оптималният портфейл. Портфолио мениджърите имат нужда от данни за пазарната капитализация на всички активи от инвестиционното множество, данни за тяхната историческа възвръщаемости и безрискова доходност, за да бъде изчислена ковариационната матрица на извънредната възвръщаемост. За индивидуалния инвеститор осигуряването на тези данни може да бъде предизвикателство и ограничение, но не би било такова за портфейлните инвеститори.

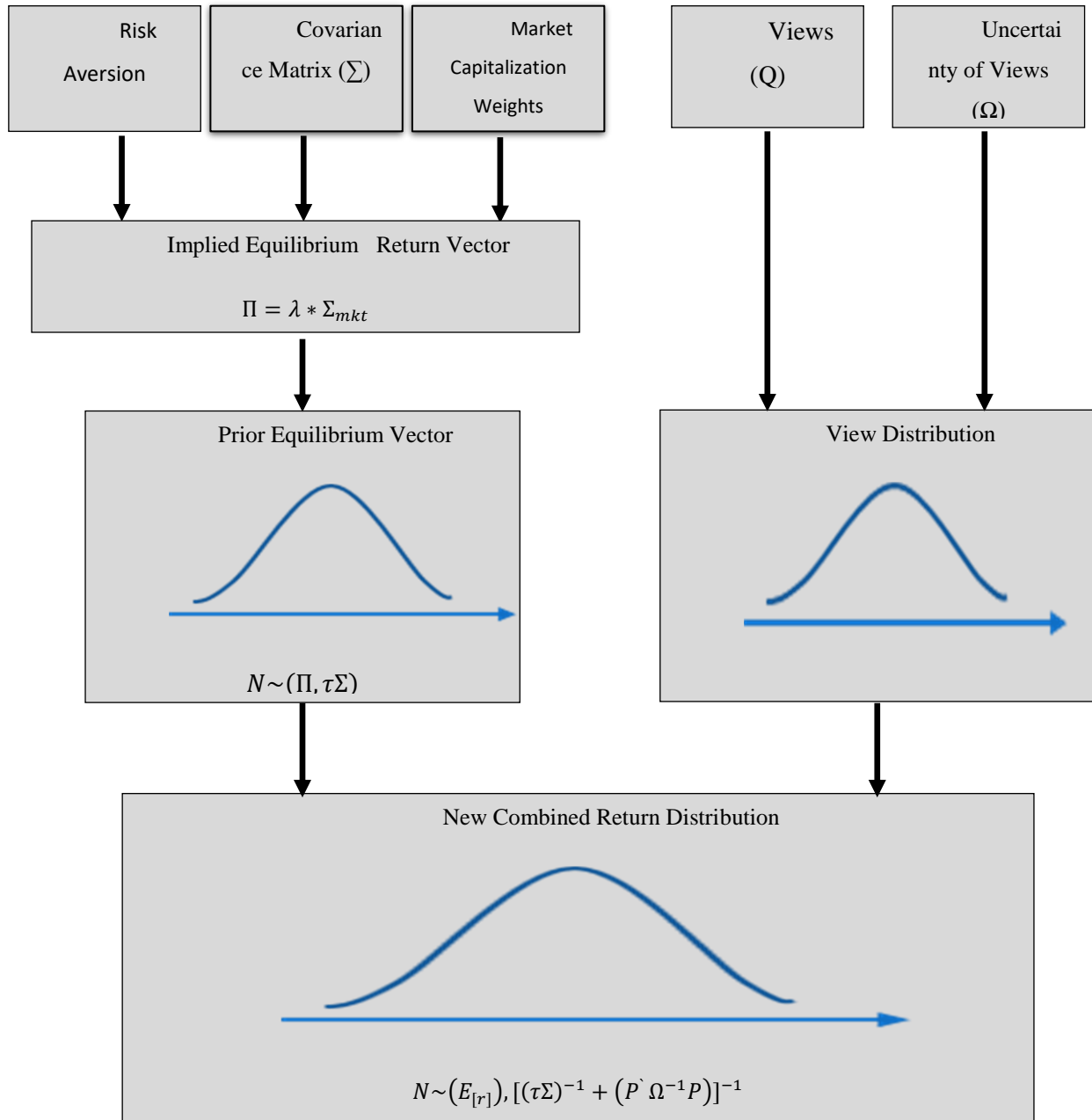
Осигуряването на входни данни за непублично търгувани активи, като недвижима собственост и стоки, е трудно дори и за професионалните инвеститори. След това инвеститорите трябва да определят количествено своите прогнози за възвръщаемостта на активите, като това може да бъде направено, както чрез количествени, така и чрез

---

<sup>2</sup> Извънредната възвръщаемост (excess return) представлява превишението на възвръщаемостта на актив над безрисковата възвръщаемост.

качествени методи. Тези оценки трябва да послужат като вход на стандартната MVP оптимизация по модела на Markowitz.

Процесът на генериране на прогнози и необходимите входни данни може да бъде илюстриран по следния начин (Cheung 2012):



В параграф 2.2. е представена каноничната версия на модела. Представя се таксономия на моделите, предлагани и използвани от различни автори. Таблицата служи за обобщение на по-важните публикации в специализираната литература по модела. Моделът на Black-Litterman цели, да елиминира недостатъци на Markowitz, които бяха изведени по-



рано. Извеждането му трябва да започне от основния резултат на модела, който е „нов комбиниран вектор на очакваната възвръщаемост“, който има вида:

$$(6)E[R] = [(\tau\Sigma)^{-1} + P\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P\Omega^{-1}Q]$$

Където:

$E[R]$  – нов комбиниран вектор на очакваната възвръщаемост

$\tau$  – скалар, число за мащабиране на резултата.

$\Sigma$  – ковариационна матрица на свръхвъзвръщаемостта ( $N * N$  матрица)

$P$  – матрица която идентифицира активите участващи в прогнозите .

( $K * N$ ) матрица или ( $1 * N$ ), вектор в частния случай с една прогноза .

$\Omega$  – диагонална ковариационна матрица, представяща несигурността

на всяка направена прогноза ( $K * K$ ) матрица.

$\Pi$  – вектор на подразбираща се равновесна възвръщаемост.

$Q$  – вектор на субективните прогнози

$K$  – брой на субективните прогнози

$N$  - брой на активите

В **параграф 2.2.1** е представен подхода при определянето на равновесната възвращаемост. Black-Litterman започва с неутрален равновесен портфейл за определяне на първоначалната<sup>3</sup> (предварителна) оценка на възвръщаемост на активите. В модела се използва теорията за равновесието на капиталовите пазари, и ако общият портфейл е в равновесие, то и всички производни от него са в равновесие. Неутралният портфейл ще бъде пазарния портфейл от CAPM. На тази основа първоначалната (предварителна оценка за възвръщаемостта на активите) ще бъде очакваната средна свръхвъзвращаемост на пазарния портфейл от CAPM. При равновесие на пазара относителните тегла на активите в пазарния портфейл ще зависят от тяхната пазарна капитализация. Именно това позволява чрез „обратна оптимизация“ използвайки пазарната капитализация на активите и ковариационната матрица да се изведе свръх-възвръщаемостта на пазарния портфейл, но обратното да се изведе оптималния портфейл в рамките на CAPM е почти невъзможно, тъй като не разполагаме с входни данни за целия пазарен портфейл. Относителните дялове ще зависят от склонността им към риск. „Обратната оптимизация“ се изпълнява като се използва функция на полезност от квадратичен вид:

---

<sup>3</sup> “prior estimate of returns”

$$(7) U = w^T \Pi - \left(\frac{\delta}{2}\right) w^T \Sigma w$$

Където:

$U$  – функция на полезност използвана в *MVP*

$w$  – вектор съдържащ относителните тегла инвестирани във всеки един актив.

$\delta$  – склонност към риск

$\Sigma$  – ковариационната матрица на свърхвъзвращаемостта

$U$ -е изпъкнала функция и ще има един глобален максимум. Първата и производна по отношение на  $w$  е:

$$(8) \frac{dU}{dw} = \Pi - \delta * \Sigma w = 0$$

Следователно подразбиращата възвръщаемостта ( $\Pi$ ) аналитично се определя като:

$$(9) \Pi = \delta \Sigma w$$

В **параграф 2.2.2.** са представени различните начини за дефиниране на субективните прогнози: моделът изисква субективните прогнози за възвръщаемостта на активите да са независими, без значение дали са получени чрез количествени или качествени методи. Тези прогнози трябва да са уникални, несвързани и некорелирани помежду си и следователно матрицата ще бъде диагонална, а всички елементи извън главния диагонал ще бъдат равни на нула. Ако това предположение бъде игнорирано и модела допусне корелирани прогнози, това ще изисква усложнения на модела в аналитичното му описване, ще наложи оценка на ковариацията между прогнозите и ще го направи по-податлив на грешки. Моделът изисква сумата от теглата на субективните прогнози да бъде единица при абсолютни прогнози и нула при релативни. Walters.J (Walters 2007-2014) коментира, че на практика теглата ще зависят от начина, по който се прави оценка за възвръщаемостта на прогнозата. Моделът не изисква субективни прогнози за всички активи. Това е субективен избор на портфолио мениджъра.

Декларираните от инвеститорите ( $k$ -на брой) прогнози за ( $n$ - на брой) актива се отразяват следите матрици:

- $R$  е  $k*n$  матрица, която на първо място идентифицира за кои активи има направени субективни прогнози, от една страна, а от друга страна, определя теглата на активите за всяка прогноза. Black-Litterman дефинират, че за свързаните-относителни прогнози сумата на теглата трябва да е равна на нула, а при направена абсолютна прогноза теглото трябва да е единица. Няма универсален подход при изчисляването на теглата в рамките на една прогноза. Но и Litterman (Н. а. Litterman 1999), както и Idzorek.T (Idzorek 2006) използват схема на претегляне чрез пазарна капитализация на активите.

Други автори (Scowcroft 2000) използват равно претеглена схема. На практика теглата могат да представляват и някаква комбинация, като всичко ще зависи от начина, използван за изграждане на прогнозите. В общия случай матрицата има вида:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \cdot & P_{1,n} \\ \cdot & \dots & \cdot \\ P_{k,1} & \cdot & P_{k,n} \end{bmatrix}$$

• Q е k\*1 вектор, който съдържа абсолютните стойности на субективните прогнози. Изразените мнения във вектора Q, съчетани със специфичните активи в матрицата P.

Всяка прогноза образува 1\*N вектор. По този начин всички K прогнози образуват K\*N матрица. Неопределеността на мненията води до случайна, неизвестна, независима, нормално разпределена величина, формираща вектора <sup>4</sup>(ε) със средна стойност 0 и ковариационна матрица Ω.

$$Q + \varepsilon = \begin{bmatrix} Q_1 \\ \dots \\ Q_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_k \end{bmatrix}$$

• Ω е K\*K ковариационна матрица на направените прогнози. Ω е диагонална матрица и всички елементи извън главния диагонал са нули, защото Black-Litterman има изискване прогнозите да не са свързани помежду си, следователно да не са корелирани. Стойностите на отделните елементи по диагонала на обратната матрица (Ω<sup>-1</sup>) имат интерпретацията на доверие в прогнозите, направени от инвеститорите относно възвръщаемостта на активите. Тези стойности числено са равни на (ω<sup>-1</sup>). Членовете по диагонала на матрицата също могат да бъдат нула, ако инвеститора е напълно уверен в прогнозата.

Анализът на модела показва, че матрицата Ω е може би най-абстрактния математически параметър на модела Black-Litterman. Според Litterman.R, как да се определят диагоналните елементи на Ω, представляващи несигурността на прогнозите е често срещан въпрос без "универсален отговор."

$$\Omega = \begin{pmatrix} \overline{\omega}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \overline{\omega}_k \end{pmatrix}$$

В параграф 2.2.3. е представен метода на Idzorek за определяне на подразбиращи се нива на доверие в прогнозите и как подразбиращите се нива на доверие могат да се свържат с определено ниво на доверие за определяне на стойностите на Ω, като едновременно премахва трудностите при задаване на стойност за скалара (τ). Отклонения на грешките (ω),

---

<sup>4</sup> Vector Error Term

които образуват диагоналните елементи на матрицата на грешките ( $\Omega$ ), се изчисляват на отклонения на прогнозите,  $(p_k \Sigma P_k)$ , умножени по скалара ( $\tau$ ). Idzorek.T, счита, че може да има и други източници на информация в допълнение за определяне отклонения от прогнозите  $(p_k \Sigma P_k)$ , които влияят върху доверието на инвеститорите в прогнозите. Допълнителните фактори, които могат да повлияят на доверието на инвеститорите в прогнозата, са както историческа точност или резултати на модела, наблюдение, или декларирано мнение от анализатор, така и разликата между прогнозата и подразбиращото се пазарно равновесие. Тези фактори, а може би и други, трябва да се комбинират с отклонението на прогнозата  $(p_k \Sigma P_k)$ , за да може да се изградят най-добрите възможни прогнози за нивата на доверие в прогнозите. Това ще даде възможност на модела Black - Litterman за максимизиране информация на инвеститора. Определянето на всички диагоналните елементи на  $\Omega$ , равни на нула, е еквивалентно на указването на 100% доверие във всички K прогнози. При равни други условия, това ще доведе до най-голямото отклонение от бенчмарк теглата на пазарната капитализация на активите, посочени в прогнозите. При 100% доверие декларирано във всички прогнози, аналитичният израз на Black-Litterman за новия комбиниран вектор на възвръщаемостта при 100% сигурност ( $E[R_{100\%}]$ ) е :

$$(10) E(R_{100}) = \Pi + \tau \Sigma P' (P \tau \Sigma P')^{-1} (Q - P \Pi)$$

Когато за един актив е направена прогноза, векторът на препоръчителните портфейлни тегла на базата на доверие 100% ( $W_{100\%}$ ) позволява да се изчисли по интуитивен начин от 0% до 100% ниво на доверие за всяка прогноза. За да се направи това, трябва да се реши задачата за оптимизация без ограничения два пъти: веднъж с  $E[R]$  и след това чрез използването на  $E[R_{100\%}]$ . Новият комбиниран вектор на възвръщаемостта ( $E[R]$ ), базиран на ковариационна матрица на грешката ( $\Omega$ ) води до вектор  $\hat{w}$ , а новият комбиниран вектор на възвръщаемостта ( $E[R_{100\%}]$ ), базирани на доверие 100% води до вектор  $W_{100\%}$ .

След това е възможно да се определи подразбиращото се ниво на доверие, като се раздели всяка разлика в теглото ( $\hat{w} - w_{mkt}$ ) на съответната разлика максимално тегло ( $W_{100\%} - w_{mkt}$ ). Idzorek.T, предлага още диагоналните елементи на  $\Omega$  да бъдат получени по начин, който се основава на зададеното от потребителя ниво на доверие и, че това води до портфейл, който се апроксимира с  $(W_{100\%} - W_{kt})$  умножено по зададеното от потребителя ниво на доверието (C).

$$(11) Tilt_k \approx (w_{100} - w_{mkt}) * C$$

Където:

Tilt- приблизителния наклон, получен от k-тата прогноза (N x 1 вектор);

C -нивото на доверие в k-тата прогноза.

В параграфи 2.3;2.4; 2.5 и 2.6 са представени са представени някои от свойствата на модела, както и възможните подходи за смесване на субектните оценки за възвръщаемостта

на активите и тези поучени чрез процедурата по обратна оптимизация, както и влиянието на параметъра  $\tau$  в рамките на каноничния модел.

В **параграф 2.7.** е изведен алгоритъма за избор на портфейл чрез използването на модела Black Litterman. Практическото приложение на модела изисква множество входни данни, част от които не винаги е лесно да бъдат осигурени, а именно:

- ❖ Инвеститорът трябва да определи инвестиционно множество и пазарната капитализация за всеки един от активите.
- ❖ Инвеститорът трябва да определи ковариационната матрица на възвръщаемостта на активите на база на исторически данни.

Данните за пазарната капитализация на активите може да бъдат проблем за индивидуалните инвеститори, но няма да затруднят институционалните инвеститори, но дори и те, могат да срещнат затруднение да определят капитализацията на неликвидни класове активи, като недвижими имоти; стоки и т.н. След като са подготвени тези входни данни, инвеститорите трябва да определят :

- ❖ Количествена оценка на субективните прогнози за възвръщаемостта на активите. Тази оценка може да е функция от количествени или качествени методи, може да е непълна и дори противоречива. Този случай има място, когато разполагаме с мненията на множество анализатори, които не могат да стигнат до единно становище .

- ❖ С определените изходни данни за доходността на активите и ковариационна матрица, чрез модел за избор на портфейл, се генерира ефективна граница и се избира оптимален портфейл. Изборът на портфейли обикновено се разглежда като двустепенен процес. На първо място определяме ефективната граница на допустимите портфейли и оптималния риск.

За да бъде направен по-реалистичен инвестиционният процес, могат да се дефинират ограничения относно късите продажби и максималния размер на експозицията към определен актив.

Моделът Black –Litterman на практика представлява само първата част от процеса за разпределение на активите. Bevan and Winkelmann, представят процеса за разпределение на активите, използван в Fixed Income Group на Goldman Sachs.

Инвестиционен процес, базиран на Black –Litterman, минава през следните етапи на изпълнение:

- ❖ Определяне на класовете активи и определяне на теглата им в пазарния портфейл.
- ❖ Определяне неисторическата ковариационна матрица на възвръщаемостта на база на исторически данни. Обикновено инвеститорите използват експоненциална схема на претегляне, така че да дадат по-голяма тежест на по-новите данни и по-малка тежест на данните, които са по-отдалечени във времето.
- ❖ Определяне на пазарната капитализация на активите.

- ❖ Използване на CAPM и обратна оптимизация за определяне на подразбиращата се равновесна възвръщаемост на активите.
- ❖ Количествено дефиниране на субективните прогнози за очакваната възвръщаемост на активите.
- ❖ Използвайки Black-Litterman, смесваме оценките получени чрез CAPM и субективните прогнози.
- ❖ Захранване на стандартен процес за избор на портфейл по модела на Markowitz, с нов комбиниран вектор на очакваната възвръщаемост, получен чрез Black-Litterman.
- ❖ Избор на оптимален портфейл, отчитайки склонността към риск на инвеститора.

В **параграф 2.8.** са систематизирани основите основните хибридни и референтни модели на Black-Litterman. Някой от тях са:

- ❖ Satchell и Scowcroft (Scowcroft 2000) използват точкови оценки за определяне на априорната възвръщаемост и субективните прогнози, като използват  $\tau$  и  $\Omega$  само за да контролират влиянието на субективните прогнози върху априорната възвръщаемост. Тъй като използват точкови оценки, а не разпределения на оценките, моделът им не включва оценка за точността на прогнозата. В този случай авторите препоръчват стойност на коефициента  $\tau = 1$ .

- ❖ Fusai и Meucci (Fusai Meucci 2003) предлагат модел, който използва Bayes, и премахват параметъра  $\tau$ .

- ❖ Firoozye и Blamont, (Firoozye Nick 2003) предлагат интуитивен начин за настройката на  $\tau$ , а едновременно с това представят възможностите на каноничния модел.

- ❖ Herold (Herold 2005) изследва процеса на оптимизация за целите на активното управление и дефинира, че разпределението на извадката е с нулева средна стойност. Използва алтернативен референтен модел с точкови оценки и проследяване на грешките.

- ❖ Idzorek (Idzorek 2006) въвежда подход за дефиниране на стойностите на  $\Omega$ , така, че влиянието на корекцията е определена като процентна промяна на теглото и може да бъде посочена по един интуитивен начин като ниво на доверие между 0 и 100%.

- ❖ Krishnan и Mains (Krishnan 2005) представят допълнение към каноничния Black-Litterman въвеждайки допълнителен фактор, който е некорелиран с пазара. Те наричат това двуфакторен Black-Litterman, и го представят чрез факторна регресия.

- ❖ Mankert (Mankert 2006) представя свой подход при определянето на стойността на  $\tau$  в контекста на алтернативния референтен модел. Представя още и подробен начин за трансформация двете вариации и дефинирането на очакваната възвръщаемост на активите в контекста на Black-Litterman.

*В резултат са направени следните изводи:*

- Markowitz публикува статията си “Portfolio Selection” през 1952, а 12 години по-късно Sharpe.W публикува „Capital Asset Prices: A Theory of market Equilibrium”, които са теоретичните основи на модела Black-Litterman, който се появява почти 30 години по-късно, което показва, че „скокът“ не е тривиален.

▪ Макар на поглед той да изисква само субективни оценки за възвращаемостта на ценни книжа, практическото му приложение изисква от портфолио мениджърите да направят още няколко субективни избора на параметри на модел.

▪ Появилите се впоследствие различни хибридни и алтернативни версии на модела показват, че той предизвика интерес в академичната общност. Idzorek, прави опит да обвърже нивото на доверието в прогнозите с параметъра  $\tau$ , който самите автори на модела наричат „мистичен параметър“. Това допълнение е оригинално и полезно и от теоретична и практическа гледна точка. Подходът на Idzorek показва как каноничната версия на моделът Black-Litterman може да бъде преформатирана.

▪ Моделът Black-Litterman е подходящ предимно за количествено ориентирани портфолио мениджъри.

### **Глава трета: Вземане на инвестиционни решения с Black-Litterman.**

В тази глава е направена експериментална проверка на функционалността на модела на Black-Litterman. Използвани са реални данни от 10-те най-големи капиталови пазари. Използван е модифициран алгоритъм за управление на портфейли, разработен в дисертационната работа. Модифицираният алгоритъм прилага нов начин за формализиране на теглата на субективните прогнози за доходността на отделни активи. Този модифициран алгоритъм във формализиран вид е представен в тази глава. Резултатите от този модифициран алгоритъм са сравнени с подхода, използван от Satchell и Scowcroft в каноничната версия на модела Black-Litterman. Определени са областите на приложение на разработения модифициран алгоритъм за модела на Black-Litterman.

В **параграф 3.1.** са дефинирани всички променливи, за които инвеститорите или портфейлните анализатори трябва да направят своя избор в процеса на калибрация на модела, и те са:

- Избор на активи обект на прогнозиране.
- Избор на начин на дефиниране на прогнозата - абсолютна прогноза или релевантна прогноза
- Количествено определяне на прогнозата за възвръщаемостта на избраните активи.
- Избор на метод на претегляне на доверието в прогнозата.
- Избор на стойност на параметъра  $\tau$ .
- Избор на начин на дефиниране на склонността към риск на инвеститора и количествена оценка на склонността към риск.
- Избор на пазарен портфейл

В параграф 3.2. е описано направеното в дисертационния труд изследване, неговия времеви обхват и активи. Изследването обхваща 10-годишен период от 2004 г. до 2014г. и 10 от най-големите пазари на ценни книжа. Този период е разделен на 5 подпериода от по 24 месеца. За всеки конкретен период на база историческите данни за първите 18 месеца, са направени прогнози за очаквана възвръщаемост на активите за следващия шестмесечен

период и е конструиран портфейл по модела Black - Litterman, като са използвани три алгоритъма за дефиниране на доверието на инвеститорите в декларираните прогнози:

- Първият алгоритъм използва равно претеглената схема за дефиниране на вектора Р. Този алгоритъм е предложен и използван от Satchell и Scowcroft (Scowcroft 2000).
- Вторият алгоритъм използва равно претеглена схема, като присвоява тегла съответно (0,5 и -0,5). Знака показва очаквана посока на изменение на възвръщаемостта на актива.
- Третият алгоритъм е рисково-претеглена схема, която определя теглата на базата на риска на съответния актив и отклонението на субективната прогноза от подразбиращата извънредна възвръщаемост изчислена от CAPM. Знакът пред всяко тегло представя очаквана посока на изменение на възвръщаемостта на актива. Вторият и третият алгоритъм са разработени и предложени в дисертационния труд. Резултатите от тях са сравнени с тези, получени по класическия модел на Markowitz Black – Litterman със Satchell и Scowcroft, схема на претегляне. Всички останали входни фактори по модела са идентични, от което следва, че разликите в представянето на портфейлите ще се дължат на начина на претегляне на прогнозите и на новия комбиниран вектор на очаквана доходност. Така получените портфейли с различните алгоритми на модела Black – Litterman, са сравнени и с портфейли, получени по класическия модел на Markowitz. Резултатността на портфейлите е оценена на база на данните за фактическата възвръщаемост и ковариационната матрица за последващия 6-месечен период. За сравнение на получените резултати е използвана мярката на Sharpe.

Изключвайки българския капиталов пазар, останалите 9 (девет) формират около 75% от световната пазарна капитализация на пазарите на акции<sup>5</sup> (това е динамично число и варира за отделните периоди). Данните за пазарната капитализация са на „World Federation of Exchanges“<sup>6</sup>, BSE-Sofia<sup>7</sup> и London Stock Exchange<sup>8</sup>. Останалите входни данни за възвръщаемост, лихвени проценти и т.н. са от публично достъпни източници. Конкретните периоди и капитализацията на пазарите по периоди е представена подробно в приложение №7. Българският капиталов пазар има по-особено място в изследването. Той е пренебрежимо малък като пазарна капитализация в сравнение с останалите пазари, и неговото включване има за цел да изследва поведението му в сравнение със световните пазари, и доколко той представлява инвестиционна алтернатива пред портфейлните инвеститори. Ако неговото поведение е в някаква степен синхронно с поведението на глобалните пазари, то акциите на българските компании са част от глобалните портфейли на инвеститорите. И обратното, липсата на връзка, ще означава, че пазарът е атрактивен

---

<sup>6</sup> <https://www.world-exchanges.org/home/>

<sup>7</sup> <http://www.bse-sofia.bg/>

<sup>8</sup> <http://www.londonstockexchange.com/home/homepage.htm>



единство за местни частни и портфейлни инвеститори, и не е част от глобалния пазар на акции.

В параграф 3.1.2. е описан използвания подход за дефиниране на субективните прогнози. Вектора  $Q$ , е съставен от субективно направените прогнози от инвеститорите. Той съдържа количествена оценка доколко даден актив ще повиши или намали своята възвръщаемост. В Black - Litterman могат да се правят два вида прогнози - абсолютни и релевантни (относителни) прогнози. Важна характеристика на модела е, че той не изисква прогнози за всички активи. Изборът на активи, за които ще има прогнози е субективен. Активите, за които не са направен прогнози, моделът Black - Litterman приема, че са „справедливо“ оценени, на база на исторически данни за съответните прогнози. Абсолютните прогнози представляват напълно субективно числово определяне очакваната възвръщаемост на конкретния актив. Тази прогноза може да бъде направена с помощта както на количествени така и чрез експертни методи за прогнозиране. Релевантните или наричани още свързани прогнози са направени за възвръщаемости на един актив в сравнение на друг актив, чиято възвръщаемост е приета за базова. Данните за формиране на вектора  $Q$ , могат да бъдат набрани чрез анкета, интервю или по какъвто и да друг начин, който осигурява конкретни субективни оценки на инвеститори по отношение на възвръщаемостта на определени активи. Не съществува каквото и да е ограничение по отношение на методи за набиране на субективни оценки. В дисертационната работа е разработена процедура за дефиниране на субективните прогнози на база на исторически данни за тяхната възвръщаемост. За всеки от 5-те изследвани периода е подбрана двойката активи, за които е направена прогноза и съответно имат най-голяма и най-малка разлика между фактическата им възвръщаемост, за анализирания 18 месечен период, и подразбиращата се равновесна възвръщаемост получена на база исторически данни за 18-месечния период, изчислена чрез „обратна оптимизация“. Процедурата използвана в дисертационната работа за дефиниране на прогнози има следната икономическа интерпретация: ако хипотезата за ефективните пазари е валидна дори в полусилната си форма цените на акции (респективно стойностите на индексите) би трябвало да проявят склонността да се връщат към равновесните си нива. Следователно портфейлът би трябвало да спечели както от актива, чиято възвръщаемост е по-ниска от подразбиращата се (т.е. в известен смисъл е подценен) и следователно би трябвало да поскъпне, така и от активи чиято възвръщаемост е по-висока от подразбиращата се възвръщаемост (т.е. в известен смисъл е надценен) и следователно трябва да поевтинее.

Следователно ако хипотезата за ефективните пазари е валидна, и CAPM описва точно равновесието на капиталовите пазари, портфейлът би трябвало да реализира доход и от двата актива придвижвайки се към равновесните си възвръщаемости.

В параграф 3.1.3. е представен начина за дефинирането на доверието в прогнозата в матрицата  $\Omega$ .

В **параграф 3.1.4.** вектора  $P$  изпълнява две важни функции в модела: идентифицирането на активите, които са включени в субективната прогноза от една страна, а от друга стойностите на вектора изменят матрицата на грешките  $\Omega$ .

Алгоритъм №2 е разработен в дисертационната работа. Той прилага относително дефиниране на експертната прогноза. За този случай компонентите на матрицата  $P$  имат стойности 0,5 за ценни книжа, за които има направени субективни прогнози. Знакът на стойността означава прогноза за увеличение (+) или намаление (-) на възвръщаемостта на даден актив. Като пример за изчисленията по-долу е представен векторът  $P$  за първия период на дисертационното изследване:

$$P = ( 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -0,5 \ 0,5 \ 0 )$$

Алгоритъм №3 е разработен в дисертационната работа. Той прилага относително дефиниране на експертната прогноза. В този алгоритъм количествено се отчита отклонението на фактическата възвръщаемост на актив от подразбиращата се равновесна възвръщаемост, претеглено през риска (стандартното отклонение) на актива. Количествените зависимости за определяне на тези отклонения са:

$$\Delta R_1 = \frac{R_{18} - \pi}{\sigma_1}$$

$$\Delta R_2 = \frac{R_{18} - \pi}{\sigma_2}$$

$$|\Delta P_1| + |\Delta P_2| = \gamma$$

$$\gamma_1 = \frac{\Delta R_1}{\gamma}$$

$$\gamma_2 = \frac{\Delta R_2}{\gamma}$$

Където:

$R_{18}$  – историческа възвръщаемост на актива за 18 – месечен период

$\pi$  – подразбираща се възвръщаемост

$\Delta R$  – изменение на доходността за единица риск

$\gamma_1$  – относително тегло на ценната книга в матрицата  $P$ .

В **параграфи 3.1.5;3.1.6 и 3.1.7** са представени начините за определяне на останалите параметри и входни фактори по модела.

В параграф 3.2 са представени резултатите от проведеното изследване за всеки един от отделните периоди.

В параграф 3.3. са обобщени резултатите от петте периода. През първите два периода портфейлът, конструиран с помощта на Satchell.S и Scowcroft - претеглена схема има по-добра и априорна и апостериорна мярка на Sharpe и представлява най-доброто портфейлно решение. В третия период най-доброто портфейлно решение на база на прогнозни данни представят портфейлите конструирани, чрез рисково и равно претеглената схема, но на база фактически данни най-доброто решение е портфейлът, получен чрез Satchell.S и Scowcroft - претеглената схема. Като цяло за първите три периода схемата на претегляне на Satchell.S и Scowcroft дава по-добри резултати от другите две схеми на претегляне, предложени в дисертацията. Средното отклонение между априорните и апостериорните оценки за мярката на Sharpe при използване на Satchell.S и Scowcroft претеглената схема е 0,131, докато за другите две схеми на претегляне средното отклонение е 0,367.

Период	Оценка на резултатите-априорни и апостериорни марки на Sharpe			
		SS-претеглена схема	Равно претеглена схема	Рисково претеглена схема
Период №1	Прогноза	0,436	0,640	0,660
	Резултат	0,550	0,392	0,406
Период №2	Прогноза	0,220	0,220	0,179
	Резултат	-0,038	-0,057	-0,090
Период №3	Прогноза	0,560	0,935	0,937
	Резултат	0,540	0,360	0,361
Период №4	Прогноза	0,370	0,370	0,270
	Резултат	-0,260	-0,315	-0,196
Период №5	Прогноза	0,342	0,346	0,229
	Резултат	1,280	1,350	1,116

Мярката на Sharpe по периоди

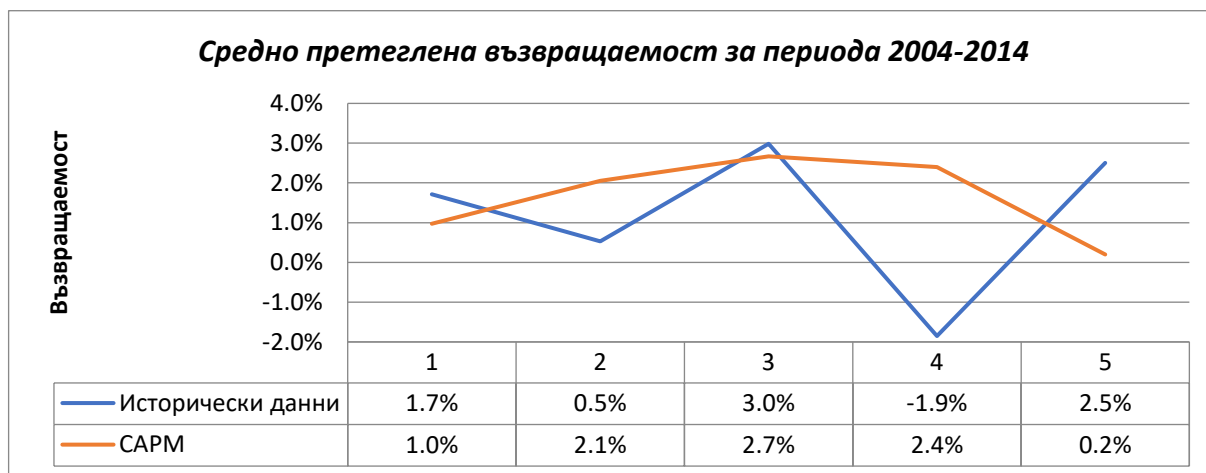
През четвъртия и петия период резултатите показват, че рисково претеглената схема и равно претеглената схема осигуряват по-добри резултати. Най-малкото отклонение за четвъртия и петия период между априорните и апостериорните оценки за мярката на Sharpe има рисково претеглената схема 0,689, при 0,784 за Satchell.S и Scowcroft претеглената схема и 0,844 за равно претеглената схема.

*На базата на така направеното изследване могат да бъдат направени следните изводи:*

1. В определени периоди от време CAPM описва точно равновесието на капиталовите пазари. Данните от изследването показват, че в определени периоди той може да бъде използван за надежден източник на прогнози за възвращаемостите на ценни книжа и описва коректно връзката между риска и дохода на отделните ценни книжа. Именно изведения от Sharpe и доразвит от авторите на модела Black-Litterman подход (обратна

оптимизация) за определяне на подразбиращата равновесна възвращаемост дава възможност за оценка на практическата приложимост на CAPM.

Едно сравнение на средно претеглената историческа възвръщаемост за периода и подразбиращата се равновесна възвръщаемост получена в контекста на CAPM, е представена в графиката по-долу. За първи и трети период от изследването отклонението между двете е минимално, а и намалява с течение на времето от 0,7% през първия период и само 0,3% респективно за третия период. Инвеститорските оценки, а и в следствие на това пазарните цени почти напълно се доближават до теоретично определените. Този емпиричен резултат показва, че в определени периоди използването на CAPM води до практически приложими резултати.



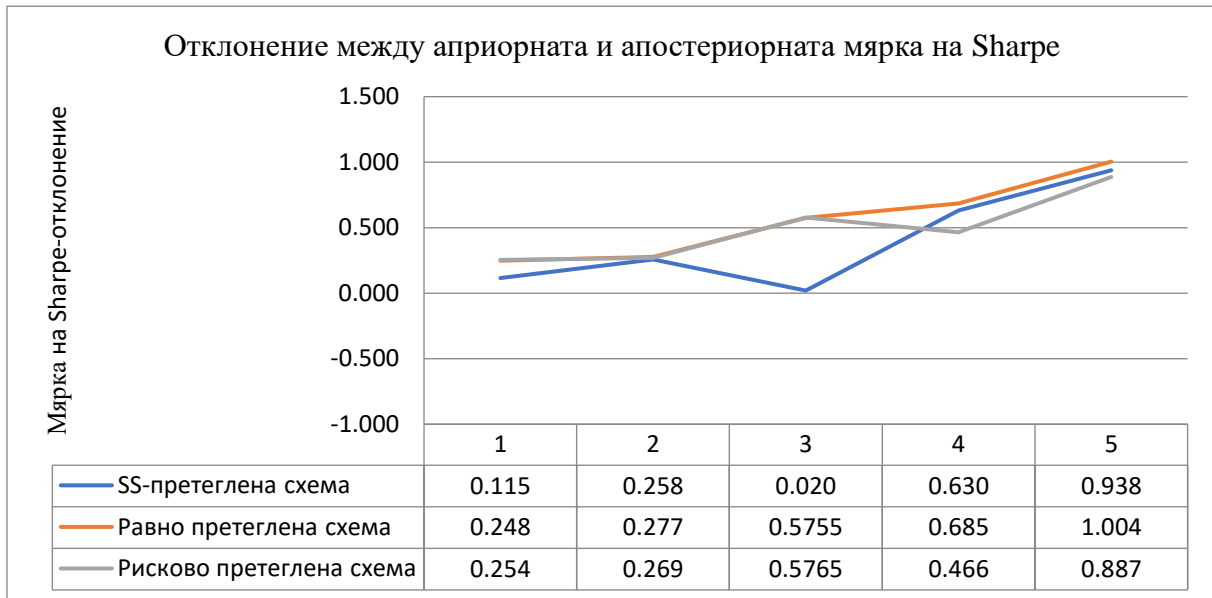
Средно претеглена възвръщаемост за периода 2004-2014

Анализа на отклоненията (дисперсиите) на историческата и равновесната възвръщаемост водят до идентични заключения. През четвъртия и петия период дисперсията на историческата възвръщаемост нараства спрямо предходните три периода, докато равновесната възвръщаемост в контекста на CAPM е относително по-стабилна. Това са именно и периодите, в които историческата и подразбиращата се възвращаемост имат най-големи отклонения.

Периоди	Дисперсия на историческата възвръщаемост	Дисперсия на равновесната възвръщаемост -CAPM
От №1 до №3	1,001%	0,794%
От №4 до №5	2,758%	1,1%
От №1 до №5	1,726	0,936%

*Отклонения на възвръщаемостта - обобщени резултати.*

2. Като цяло след проведените експерименти за пет последователни периода за общо 10-те години, използвайки модела Black -Litterman, чрез използването на Satchell.S и Scowcroft претеглената схема типична за каноничния референтен модел, можем да заключим, че през първите три периода те осигуриха най-доброто портфейлно решение. За четвъртия и петия период двете схеми на претегляне предложени, в дисертационния труд осигуриха по-добро портфейлно решение. Графиката по-долу представя отклонението между априорната и апостериорната мярка на Sharpe по периоди.



*Отклонение между априорната и апостериорната мярка на Sharpe*

Когато отклонението, между средно претеглената норма на възвръщаемост изчислена от исторически данни и подразбиращата се равновесна възвръщаемост получена „чрез обратна оптимизация“ в контекста на CAPM, е най-малко (периоди от №1 и №3), модела Black -Litterman чрез използването Satchell.S и Scowcroft - претеглената схема предоставя най-доброто портфейлно решение. Присвояването на равни тегла на активите ( 1;-1) и дефиниране на прогноза, предвиждаща, че цените на активите ще се придвижат към равновесните нива осигурява най-добро отношение възнаграждение към променливост. Именно, малкото и почти незначително отклонение на историческите цени от равновесните е свидетелство, че всички ценни книжа са справедливо оценени и теоретичните им стойности са добър източник на прогнози. CAPM в този случай описва точно пазарното равновесие и връзката между възвръщаемостта на отделните ценни книжа и риска им. Когато обаче, историческата възвръщаемост се отклонява от равновесната (периоди №4 и №5) модела Black -Litterman чрез използването Satchell.S и Scowcroft - претеглената схема , вече не е най-доброто портфейлно решение.

Предложените в дисертацията две субективни схеми на претегляне на прогнозата генерират портфейли, които имат по-добра производителност от този получена чрез

използването Satchell.S и Scowcroft - претеглената схема. Именно в тези периоди CAMP не описва точно връзката между очакваната възвращаемост и риска на отделните активи. Именно, в този период отклонението между априорната и апостериорната мярка на Sharpe е най-малко, нещо което е видно от таблицата по-горе. Именно, поради тази причина рисково коригираната схема на претегляне на прогнозните дава по-добри резултати през този период. И двете схеми не спазват изискването прогнозите да бъдат „ to be fully invested „ (Walters 2007-2014) и не „трансферират“ напълно направената прогноза, а я коригират по определен начин. Инвеститорите нямат цялата налична информация за анализ на ценните книжа, или я обработват по съвършено различни начини и в такъв случай, субективните оценки надделяват. Следователно, когато пазарите не са равновесни, когато историческата възвръщаемост се отклонява значително от равновесната субективните оценки на инвеститорите относно възвръщаемост могат да генерират подобри резултати.

Период	Пасивен и активни портфейли-сравнение				
		SS- претеглена схема	Равно претеглена схема	Рисково претеглена схема	Пасивен портфейл „GLOBAL DOW“
Период № 1	Възвръщаемост	1,490%	1,330%	1,370%	2,47%
	Стандартно отклонение	2,11%	2,56%	2,570%	2,61%
Период № 2	Възвръщаемост	0,290%	0,230%	0,130%	2,17%
	Стандартно отклонение	3,46%	3,31%	3,13%	3,39%
Период № 3	Възвръщаемост	3,800%	4,980%	5,030%	2,69%
	Стандартно отклонение	7,000%	13,80%	13,90%	4,45%
Период №4	Възвръщаемост	-1,010%	-1,740%	-0,580%	-2,40%
	Стандартно отклонение	4,00%	5,650%	3,158%	6,72%
Период №5	Възвръщаемост	2,150%	2,010%	0,840%	1,26%
	Стандартно отклонение	1,660%	1,480%	0,744%	10,92%

Пасивен и активни портфейли-сравнение

3. Горните резултати се потвърждават и от данните за дохода и риска на трите портфейла и пасивния пазарен портфейл. Ако пазарите са ефективни, пасивните стратегии и частност пасивните портфейли не би трябвало да водят до по-добри резултати, т.е. те не трябва да водят до по-голяма производителност. Таблицата по-долу потвърждава това заключение. В периодите, когато пазарната норма на възвръщаемост се отклонява най-много от равновесната възвръщаемост, т.е. когато не е в сила силната форма на хипотезата за ефективните пазари пасивния пазарен портфейл има по-добра производителност, и обратно.

4. Българският капиталов пазар не е част от международните капиталови пазари. В дълги периоди от време той е обратно корелиран с всички останали пазари включени в изследването, нещо което не е характерно за никой друг. Той има само местно значение и не може да улесни достъпа на българските компании до международните капиталови пазари. Затвореният му характер поставя под съмнение способността му да оценява компаниите.

5. В теоретичен план остава открит и дискуссионен въпроса с практическото определянето на склонността към риск на инвеститорите. Получените от исторически данни отрицателни стойности не могат да обяснят поведението на инвеститорите и от какви мотиви са движени при формирането на портфейлите си. Отрицателните стойности произтичат от факта, че доходността на пазарния портфейл е отрицателна. Ако инвеститорите съкращаваха позициите си в акции за сметка на безрискови ценни книжа в достатъчна степен, то цените на акциите щяха да се понижат до нива при които щяха да предизвикат търсене, което да доведе повишение на цените и положителна доходност на пазарния портфейл. Факта, че инвеститорите не съкращават портфейлите си от акции в такава степен означава, че инвеститорите не разглеждат останалите инвестиционни алтернативи като достатъчно привлекателни и не виждат стимули да реструктурират портфейлите си.

6. Моделът Black - Litterman на практика е първият иконометричен модел даващ възможност на инвеститорите да комбинират равновесните оценки за възвръщаемостта със субективните си прогнози.

7. Потвърждава се очакването, че базовия модел за управление на портфейли на Markowitz, ще генерира екстремни тегла на активите. Факта, че портфейли получени чрез моделът на Black – Litterman генерират по-интуитивни резултати води до извода, че новият комбиниран вектор на възвръщаемостта води до стабилизиране на резултати на базовия модел за управление на портфейли на Markowitz правейки го вече практически приложим.

#### **IV. Справка за приносните моменти в дисертационния труд**

1. Направен е критичен анализ на еволюцията на моделите за управление на портфейли и са определени възможности за подобряване на последния актуален модел за управление на портфейли на Black-Litterman.
2. Разработена е модификация на модела на Black-Litterman за оптимално разпределение на капитала, като е представен подход за отчитане на доверието и риска в субективните оценки за възвращаемостта на активите.
3. Изведени са количествени зависимости, прилагани при управлението на портфейли с използване на модела на Black-Litterman, които създават възможност да се правят експертни оценки при отчитане на историческата динамика на доходността на активите.
4. Модифицираният модел на Black-Litterman е апробиран за десетгодишен период на най-големите пазари на ценни книжа, като резултатите са сравнени с класическите модели на Markowitz и Black-Litterman. Аprobацията показва, че предлаганата модификация води до по-добро представяне на портфейла и определя областта на приложение на резултатите от дисертационния труд като препоръчителни за мениджърите при управление на портфейли.



## **V. Публикации направени във връзка с дисертационния труд**

1. Владимиров.М „Развитие на портфейлната теория: моделът Black – Litterman“ Известия-Съюз на учените Варна „Секция икономически науки “1-2016-Варна ISSN-1314-7390; стр.157-164.
2. Владимиров.М „Нов модел за дефиниране на прогнози в Black Litterman“ конференция „Науката в служба на обществото -2017. Съюз на учените -Варна. Варна ISSN-1314-7390; стр.248-253
3. Vladimirov.M., Stoilov.T., Stolilova.K. „Black-Litterman models for optimal distribution of investment resources“ International conference “Automatic and informatics`2017; John Atanasoff Society of Informatics and Informatics. ISSN-1313-1850; стр.151-155
4. Стоилов.Т., Владимиров.М „Количествени модели за вземане на инвестиционни решения“ Национална научна конференция „Перспективи и предизвикателства пред съвременното управление“ УНСС-2015г. ISBN 978-954-644-828-6; стр.155-161
5. М. Владимиров, Т.Стоилов „Количествени модели за управление на инвестиции в ценни книжа“ Научна конференция „Автоматика и информатика“ София-2015г. ISSN 1313-1850; стр.213-217.
6. Владимиров.М, Стоилов.Т, Стоилова .К, „Модификация в модела Black -Litterman (BL)при определянето на субективни прогнози“ Сборник доклади от юбилейна конференция по случай 50 години катедра „Управление и администрация“. ISBN 978-954-21-0497-1; стр.376-382

## **ДЕКЛАРАЦИЯ ЗА ОРИГИНАЛНОСТ**

Декларирам, че настоящата дисертация е изцяло авторски продукт и при нейното разработване не са ползвани в нарушение на авторските им права чужди публикации и разработки.